

stabilita nell'art. VI. Supponendo infatti che le linee  $v = \text{cost.}$  sieno quelle a cui le rette sono tangenti, e supponendo inoltre  $F=0$ , si avrebbe

$$\cos \alpha = i, \quad \cos$$

( $i = 0$ , e la precedente equazione si

ridurrebbe alla

$$dv = 0$$

la quale esprime appunto che le linee  $v = \text{cost.}$  sono geodetiche.

Si osserverà anche che nel caso attuale le linee  $\rho = \text{cost.}$  sono le traiettorie ortogonali delle geodetiche. Per tutti i punti di una di queste traiettorie la distanza  $\rho$  da una delle superficie ortogonali a tutte le rette è costante, perché data dalla formola  $t = \text{cost.} - \rho$ . D'altronde questa distanza è uno dei raggi di principale curvatura della superficie; abbiamo dunque la seguente proprietà \*) : *il raggio di principale curvatura d'una superficie è costante lungo le linee che corrispondono alle traiettorie ortogonali delle geodetiche inviluppate dalle normali, sulla superficie dei centri di curvatura relativi al raggio stesso.*

Vili.

Restituendoci nel caso generale considerato nell'art. I, supponiamo che le linee sieno rappresentate, come d'ordinario, da due sole equazioni fra le  $x, y$  con due parametri arbitrarii  $u$  e  $v$ , le quali supporremo ridotte alla forma :

$$u(x, y) = 0, \quad v(x, y) = 0$$

Poniamo per brevità

$$\frac{du}{dx} \frac{dv}{dy} = \frac{du}{dy} \frac{dv}{dx} \quad \text{e} \quad \frac{du}{dx} \frac{dv}{dx} = \frac{du}{dy} \frac{dv}{dy} \quad \sim$$

$$\frac{du}{dx} \frac{dv}{dy} = \frac{du}{dy} \frac{dv}{dx}$$

\*) Notata dal sig. WEINGARTEN, nel Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd. LIX (1. e.). Il teorema dato dal medesimo geometra nel t. LXII dello stesso Giornale, pag. 62, è una immediata conseguenza dell'attuale.